

Experimentelle Untersuchungen zur Dynamik elektromagnetisch angetriebener konvergenter Zylinderstoßwellen

U. KOGELSCHATZ *, W. BÖTTICHER **, H. DAMMANN und G. KLEIST

Institut für Experimentalphysik, Universität Kiel

(Z. Naturforsch. 23 a, 514—520 [1968]; eingegangen am 27. Januar 1968)

In the convergent cylindrical shock wave of a Z-pinch discharge (diameter/length ratio: 44 cm per 10 cm), magnetic probe measurements have been made of the current density and the velocity of the current sheet. For discharges in Helium, Argon and Krypton at mass densities from $2.2 \cdot 10^{-7}$ to $5.5 \cdot 10^{-6}$ g/cm³ one finds: 1. Only a small portion of the total current contracts with the shock wave. The direction of this current is maintained even when the total current reverses. 2. The gas pressure behind the shock front is a constant for each gas independent of the filling pressure. 3. At small radii the contraction is determined by the inertia of the moving plasma only. 4. With higher filling pressures a considerable part of the small contracting current flows ahead of the shock front.

Der Ablauf einer Z-Pinch-Entladung in einem vorgegebenen Testgas wird neben den Daten der Kondensatorbatterie vom Ausgangsdruck p_0 im Entladungsgefäß bestimmt. Bei sehr hohen Drucken erfolgt die Zündung nicht mehr rotationssymmetrisch, sondern in getrennten Stromkanälen. Bei Druckverminderung zündet die Entladung symmetrisch, und die Lorentz-Kräfte bewirken eine zylindersymmetrische Kontraktion des stromführenden Plasmahohlzylinders, der sich auf Grund des Skineffekts am Rande des Entladungsgefäßes ausbildet. Infolge der kleinen freien Weglängen für gaskinetische Stöße werden diese Kontraktionskräfte auch auf die Neutralteilchen übertragen. Erfolgt die Kontraktion mit Überschallgeschwindigkeit, so bildet sich eine konvergente Zylinderstoßwelle aus. Im Gegensatz zu anderen Anordnungen zur Erzeugung elektromagnetisch angetriebener Stoßwellen kann man so beim Z-Pinch gut reproduzierbare Stoßfronten sehr hoher Mach-Zahl (Mach 43 — Mach 270) erhalten. Bei sehr kleinen Fülldrucken, wie sie vor allem bei den Experimenten zur kontrollierten Kernfusion verwendet werden, tritt der Stoßwellencharakter der Kontraktion zurück. Dies ist besonders bei der Kompression von stark vorgeheizten Gasen in Gefäßen von kleinen Durchmessern der Fall.

In dieser Arbeit wird über Messungen der lokalen StromdichteVerteilung in Z-Pinch-Entladungen mit

ausgeprägten Stoßfronten berichtet. Die Entladungen erfolgten in Helium, Argon und Krypton ohne Vorionisation. Der Gefäßdurchmesser wurde groß gegen den Elektrodenabstand gewählt, um lange Laufzeiten für die Stoßfront zu erhalten. Aus der StromdichteVerteilung und den sich daraus ergebenden magnetischen Kräften wird der Einfluß des Entladungsstroms auf die Dynamik der Plasmakontraktion ermittelt. Dabei ist die genaue Korrelation zwischen der Stoß- bzw. der Hauptleuchtfront und der Stromschicht von besonderem Interesse, nachdem DAMMANN, bei diesen Entladungen interferometrisch eine vorlaufende Schicht (precursor) relativ hoher Elektronendichte beobachtet hat. Angaben über die Korrelation von Leuchtfront und Stromschicht, die andere Autoren^{2, 3} für ähnliche Entladungen machen, enthalten eine gewisse Willkür bei der Interpretation, da die notwendige räumliche und zeitliche Auflösung nicht erreicht wurde.

Die Messungen wurden durchgeführt mit in das Plasma eingeführten induktiven Magnetfeldsonden. Obwohl diese Methode allgemein benutzt wird, sind kaum Untersuchungen bekannt über den Einfluß der Wechselwirkung von Sonde und Plasma auf die Meßgenauigkeit⁴. Daher wurde durch besondere Experimente geklärt, wie dieser Einfluß bei den vorliegenden Bedingungen möglichst klein gehalten werden kann⁵.

* Jetzt: NASA, Langley Research Center, Hampton, Va.

** Jetzt: Forschungszentrum der AG Brown, Boveri & Cie., Baden, Schweiz.

¹ H. DAMMANN, Dissertation, Kiel 1967, vgl. auch ^{5, 10}.

² F. D. ERBSLÖH, Z. Phys. 180, 449 [1964].

³ R. G. JAHN U. W. V. JASKOWSKY, AIAA J. 2, 1749 [1964].

⁴ W. BÖTTICHER, in: „Plasma Diagnostics“, edit. W. LOCHTE-HOLTGREVEN, North-Holland Publ. Co., Amsterdam 1968.

⁵ U. KOGELSCHATZ, Proc. VIII. Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Vienna 1967, Springer-Verlag, Wien, p. 528.



Die Korrelation Stoßfront – Stromschicht wurde durch mit den Sondenmessungen synchronisierte Kerr-Zellen-Aufnahmen ermittelt.

Experimentelles

Entladung und Betriebsdaten

Die Kondensatorbatterie und das Entladungsgefäß wurden schon früher^{1, 6} beschrieben. Die elektrischen Daten sind:

Gespeicherte Energie	67,5 kJ
Kapazität	30 · 5 μF
Ladespannung	30 kV
Kurzschlußinduktivität	4,5 nH
Zahl der Funkenstrecken	30

Der Aufbau erfolgte völlig rotationssymmetrisch. Das Entladungsgefäß bestand aus einem Plexiglaszylinder von 44 cm Durchmesser und 10 cm Höhe, der von planen Eisenelektroden abgeschlossen wurde. Als Rückleiter diente ein koaxialer Kupferzylinder. Abb. 1 zeigt einen Schnitt durch das Entladungsgefäß.

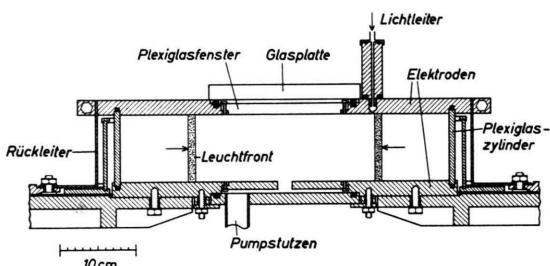


Abb. 1. Schnitt durch das Entladungsgefäß.

Zur photographischen End-on-Beobachtung der Entladung konnte ein Teil der oberen Elektrode gegen ein rundes Plexiglas-Fenster (ϕ 150 mm) ausgewechselt werden. Außerhalb des Fensters waren an mehreren Radien Bohrungen von 1 mm ϕ mit Lichtleiterfassungen in der oberen Elektrode angebracht. So konnte man mit Hilfe von Photomultipliern den Durchgang der Leuchtfront registrieren.

Der Gesamtstrom durch das Entladungsgefäß wurde mit einer kleinen Induktionsspule zwischen Entladungsgefäß und Rückleiter gemessen. Die Spannung wurde über einen Spannungsteiler direkt an den Elektroden abgegriffen und oszillographiert.

Untersucht wurden Entladungen in Helium, Argon und Krypton bei sechs verschiedenen Dichten ϱ_0 . In Tab. 1 sind die untersuchten Fülldichten und die dazugehörigen Ausgangsdrücke p_0 zusammengestellt.

ϱ_0	2,2	5,5	11	22	$55 \cdot 10^{-7} \text{ g cm}^{-3}$	
p_0 He	1	2,5	5	10	25	Torr
p_0 Ar	0,1	0,25	0,5	1	2,5	Torr
p_0 Kr	0,048	0,12	0,24	0,48	1,2	Torr

Tab. 1. Untersuchter Druckbereich.

Magnetfeldsonden

Unter der Voraussetzung der Zylindersymmetrie bestehen zwischen der Stromdichte j , dem innerhalb des Radius r fließenden Strom $I(r, t)$ und dem Magnetfeld H bei diesem Radius folgende Beziehungen:

$$I(r, t) = 2\pi \int_0^r j(\varrho, t) \varrho \, d\varrho = 2\pi r H(r, t). \quad (1)$$

Die in der Induktionsspule (Windungsfläche $n F$) einer Magnetfeldsonde auf dem Radius r_i induzierte Spannung U_{ind} beträgt:

$$U_{\text{ind}}(r_i, t) = -\mu_0 \frac{n F}{2\pi r} \frac{dI(r_i, t)}{dt}. \quad (2)$$

Durch RC -Integration des Sondensignals $U_{\text{ind}}(r_i, t)$ erhält man eine dem Strom $I(r_i, t)$ proportionale Spannung $U(t)$

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{1}{RC} \int_0^t U_{\text{ind}}(\tau) \, d\tau \\ &= -\mu_0 \frac{n F}{2\pi r RC} I(r_i, t). \end{aligned} \quad (3)$$

Mißt man gleichzeitig auf den Radien r_i und r_k , so kann man eine mittlere Stromdichte \bar{j}_{ki} in dem Kreisring $r_i \leq r \leq r_k$ berechnen:

$$\bar{j}_{ki} = \frac{1}{\pi(r_k^2 - r_i^2)} \{ I(r_k, t) - I(r_i, t) \}. \quad (4)$$

Wegen dieser Differenzierung muß an mehreren Radien simultan gemessen werden, wenn man die Verteilung der Stromdichte bestimmen will. Es ist wenig sinnvoll, Werte von aufeinanderfolgenden Entladungen einzusetzen, da die statistischen Schwankungen von Entladung zu Entladung die Ergebnisse zu ungenau werden lassen.

Um eine gute räumliche Auflösung zu erzielen und die Störungen des Plasmas gering zu halten, muß man die in das Plasma eingeführten Induktionsspulen möglichst klein machen. Andererseits

⁶ Forschungsbericht des Instituts für Experimentalphysik Kiel, Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung BMwF-FB K 66-41.

muß die Sonde aber robust sein, um der elektrischen, mechanischen und thermischen Beanspruchung in der Entladung standzuhalten. Die Möglichkeit, die Sonde durch den Rückleiter seitlich in das Entladungsgefäß einzuführen^{7, 8}, wurde verworfen, da wegen der langen Laufzeit der Plasmaschicht mit großen Störungen durch Randschichteffekte an der Sonde zu rechnen ist. Die Stoßwelle wird bei dieser Methode bereits im Entstehen gestört. Es wurden daher Sonden benutzt, die durch das Zentrum des Entladungsgefäßes eingeführt werden und mit ihren Meßköpfen der Stoßwelle radial entgegenragen (Abb. 2). Hierbei kann eine Störung des Plasmas erst dann auftreten, wenn die Stoßwelle auf die Sonde prallt. Bei dieser Anordnung wird die Konstruktion der Sonde aufwendiger, da sie im Bereich der reflektierten Stoßwelle Drucken von einigen Tausend Atmosphären⁹ ausgesetzt wird. Die benutzte Sondenkonstruktion ist an anderer Stelle beschrieben¹⁰.

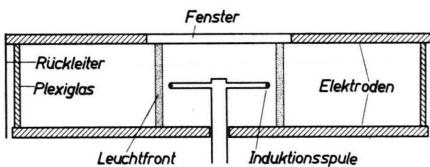


Abb. 2. Stellung der Sonde im Entladungsgefäß (schematisch).

Die Meßspulen bestanden aus 10 Windungen 0,05-mm-Kupfer-Lack-Draht auf einem Spulenkern von 1,3 mm Durchmesser. Eine elektrostatische Abschirmung der Meßspulen erwies sich als überflüssig, da kapazitiv eingekoppelte Störungen bei Verwendung eines Abschlußwiderstandes von 60Ω nicht zu befürchten sind¹¹. Die Integration der Sondensignale erfolgte mit passiven RC -Gliedern ($RC = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}$).

Besondere Sorgfalt wurde auf die elektrische Abschirmung der Meßkabel verwendet. Auf den Oszillogrammen (Abb. 3) sieht man weder auf den Sondensignalen selbst noch auf den integrierten Kurven, die mit einer Oszillographenempfindlichkeit von 20 mV/cm aufgenommen wurden, Störungen. Bei den Meßserien wurden folgende Signale simultan registriert: Gesamtstrom, Lichtleitersignal ($r = 118 \text{ mm}$) I und dI/dt von Sonden auf den Radien $r = 40, 50, 60$ und 70 mm .

⁷ R. H. LOVBERG, Ann. Phys. New York **8**, 311 [1959].

⁸ A. M. ANDRIANOV et al., Proc. 2nd UN Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva 1958, Vol. 31, p. 348.

⁹ W. BÖTTICHER u. H. DAMMANN, Z. Naturforsch. **18 a**, 580 [1963].

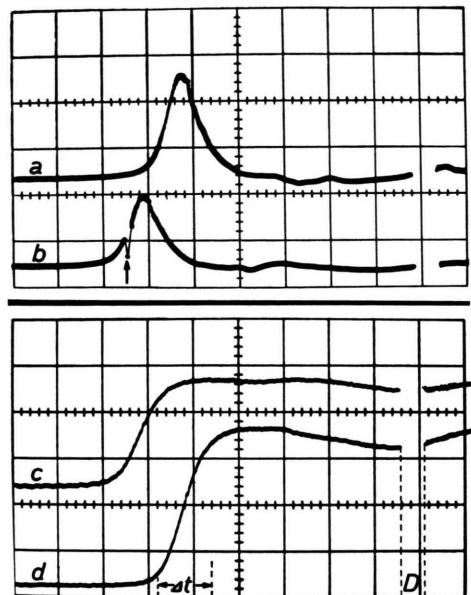


Abb. 3. Oszillogramme einer Entladung in 0,5 Torr Krypton. a und b: Sondensignale (50 V/cm; 0,5 $\mu\text{s}/\text{cm}$); c und d: Integrierte Sondensignale (20 mV/cm; 0,5 $\mu\text{s}/\text{cm}$). Die Kurven c und d sind proportional dem Strom I , der innerhalb des Sondenradius fließt. Der Kurve b ist der Öffnungsimpuls der Kerr-Zelle überlagert (Pfeil). D: gemeinsamer Dunkelsteuerimpuls, Δt : Anstiegsdauer von I_d .

Kerr-Zellen-Aufnahmen

Die Symmetrie und Struktur der Leuchterscheinungen wurde mit Kerr-Zellen-Aufnahmen durch ein Fenster in der oberen Elektrode überprüft. Um eine räumliche Auflösung von 1 mm zu erhalten, ist bei den beobachteten typischen Leuchtfrengeschwindigkeiten von 4 cm/ μs eine Belichtungszeit von 25 ns erforderlich. Es wurde daher eine Kerr-Zelle (Optronix FOA 2-10) mit einer Öffnungszeit von 30 ns verwendet. Dem Nachteil, daß man pro Entladung nur eine Kerr-Zellen-Aufnahme erhält, stand der Vorteil gegenüber, daß das räumliche Auflösungsvermögen und die Bildqualität viel besser war als bei Bildwandler oder Zeitlupenaufnahmen (Abb. 4).

Bei den Kerr-Zellen-Aufnahmen, die der Korrelation von Stromschicht und Leuchterscheinung dienten, wurde die Kerr-Zelle zu einem Zeitpunkt ausgelöst, bei dem sich die Leuchtfreng nur wenige mm vor der Sonden-

¹⁰ Forschungsbericht des Instituts für Experimentalphysik Kiel, Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung BMwF-FB K 67-68.

¹¹ R. H. LOVBERG, in: „Plasma Diagnostic Techniques“, edit. R. H. HUDDLESTONE u. S. L. LEONARD, Academic Press, New York 1965.

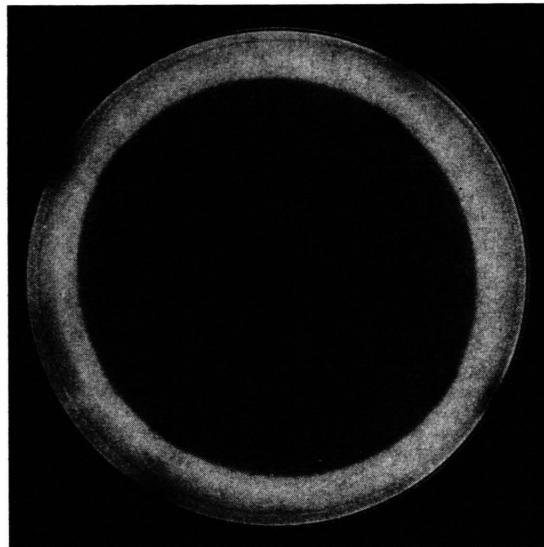


Abb. 4. Kerr-Zellen-Aufnahme der Stoßfront einer Entladung in 0,25 Torr Argon. Der zusammenlaufende Hohlzylinder liegt völlig symmetrisch in dem Fenster von 150 mm ϕ . Man erkennt deutlich die etwa 8 mm breite leuchtende, stromführende Schicht. Die 4 dunklen Kreise ϕ 10 mm) sind Pumplöcher in der unteren Elektrode.

spitze befand. Der genaue Zeitpunkt der Aufnahme wurde in folgender Weise gemessen:

Hinter der Kerr-Zelle wurde ein kleiner Spiegel angebracht, der einen Teil des Lichts über einen Lichtleiter auf einen SEV fallen läßt, der dann während der kurzen Öffnungszeit der Kerr-Zelle (30 ns) einen steilen Nadelimpuls abgibt. Dieser Nadelimpuls wurde mit einem Differenzverstärker dem Sondensignal überlagert (Abb. 3 b), so daß man auf dem Oszillogramm eine exakte zeitliche Zuordnung zwischen Sondensignal und Zeitpunkt der Kerr-Zellen-Aufnahme hat. Oszillogramme, die mit anderen Oszillographen gleichzeitig aufgenommen wurden, konnten über einen gemeinsamen Dunkelsteuerimpuls einander zeitlich zugeordnet werden.

Meßergebnisse

Gesamtstrom und Entladungsspannung

Infolge des induktiven Spannungsabfalls an Zuleitungen und Funkenstrecken mißt man bei einer Ladespannung von 30 kV an den Elektroden nur Spannungen von 12 – 14 kV. Spannung und Strom hängen nur unwesentlich von Art und Druck des Füllgases ab und zeigen den Verlauf einer schwach gedämpftent Sinusschwingung von 140 kHz. Der

Strom ist gegen die Spannung etwa 80° phasenverschoben und beträgt im ersten Maximum 2,3 MA. Als Dämpfungswiderstand wurde $2,5 \text{ m}\Omega$ ermittelt. Aus Frequenz und Kapazität berechnet sich die Gesamtinduktivität des Entladungskreises zu 8,2 nH. Da die Kurzschlußinduktivität der Batterie 4,5 nH beträgt, verbleiben für die Entladung selbst 3,7 nH. Daraus kann man einen „effektiven Radius“ \bar{r} der stromführenden Schicht abschätzen, die zusammen mit dem Rückleiter einen Koaxialleiter bildet, dessen Induktivität L durch Gl. (5) gegeben ist:

$$L = 2 l \ln(R_0/\bar{r}) \quad [\text{nH}]. \quad (5)$$

Mit den Daten l : Länge der Plasmasäule = 9 cm, \bar{r} : effektiver Radius, R_0 : Radius des Rückleiters = 25 cm berechnet man für \bar{r} :

$$\bar{r} = R_0 \exp(-L/2l) \approx 20 \text{ cm}.$$

Da der Radius des Entladungsgefäßes 22 cm beträgt, folgt, daß der Hauptstrom in einer dünnen Schicht nahe dem Gefäßrand fließt. Diese starken Randströme treten bei allen schnellen Pinch-Anordnungen auf^{12, 13}. Nur ein Bruchteil des Gesamtstroms nimmt an der Kontraktion ins Entladungszentrum teil.

Der Einfluß, den das großflächige Fenster ($2r = 150$ mm) in der oberen Elektrode auf die Stromverteilung im Zentrum hat, wurde durch Vergleichsmessungen mit und ohne Fenster ermittelt. Im gesamten Parameterbereich ergab sich, daß eine Änderung der Stromverteilung und der Stoßwellengeschwindigkeit nicht eintritt. (Als zeitlicher Referenzpunkt diente dabei der Lichtimpuls eines Lichtleiters, der außerhalb des Fensters bei $r = 118$ mm angeordnet war.) Dies gilt auch dann, wenn man auch das Mittelstück der unteren Elektrode durch ein Fenster ersetzt. Das bedeutet, daß im Zentrum der Entladung der Entladungsstrom nicht mehr durch Elektroden zugeführt werden muß.

Sondenmessungen

Bei allen Untersuchungen mit Sonden wurde gleichzeitig an den Radien $r = 40, 50, 60, 70$ mm gemessen. Während die Sondenkurven (Abb. 5) in Argon und Krypton beim Durchgang der Front ein einfaches Maximum aufweisen, wurden in allen Heilumentladungen zerrissene Kurven erhalten, die in den einzelnen Extrema nicht gut reproduzierbar sind. Auch die von verschiedenen Sonden während einer Entladung in Helium aufgenommenen Kurven

¹² A. M. ANDRIANOV et al., in: „Plasma Physics and Thermonuclear Research“ I, 252 (Ed. Proc. 2nd Intern. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva 1958).

¹³ E. FÜNFER u. G. LEHNER, Plasmaphysik, Erg. exakt. Naturw. 34, 111 [1962].

entsprechen einander nicht in Lage und Anzahl der Extrema. Das deutet darauf hin, daß die Stoßwelle in Helium bei den vorliegenden Bedingungen eine komplizierte Frontstruktur hat, die nicht einmal für die ganze Front einheitlich ist. Von der Auswertung der Heliumaufnahmen wurde daher abgesehen.

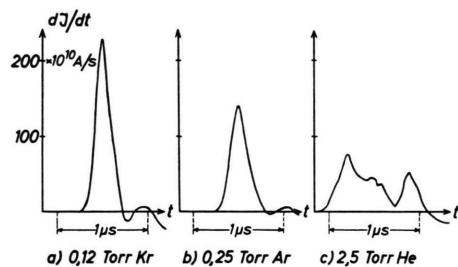


Abb. 5. Sondensignale in Krypton, Argon, Helium.
Sondenort $r = 70$ mm.

Die Meßkurven in Argon und Krypton sind jedoch gut reproduzierbar. Die Integralkurven, die den Strom innerhalb des Sondenradius anzeigen, steigen beim Durchgang der Front plötzlich an und bleiben dann auf dem erreichten Niveau (Abb. 3). Die Signale bei verschiedenen Radien sind zeitlich versetzt, sonst aber ähnlich.

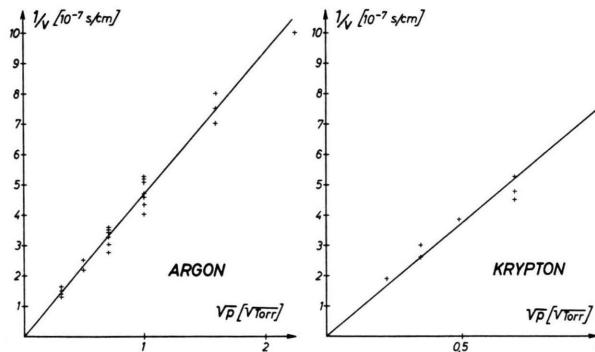


Abb. 6. Kontraktionsgeschwindigkeit in Argon und Krypton. Man findet $\varrho_0 v^2 = \text{const.}$ (Ar: $8,7 \cdot 10^6$; Kr: $6,5 \cdot 10^6$ erg/cm³). Die Angaben gelten für $r = 65$ mm.

Aus dem zeitlichen Abstand des Anstiegs auf Sondensignalen bei verschiedenen Radien wurde die Geschwindigkeit v der Stromschicht ermittelt. Wie aus Abb. 6 hervorgeht, hängt die Frontgeschwindigkeit linear von $p_0^{-1/2}$ ab (p_0 : Fülldruck). Dieses Ergebnis stimmt gut überein mit interferometrischen Messungen der Frontgeschwindigkeit von DAMMANN¹. Die von ROSENBLUTH¹⁴ für das Schneepflugmodell

geforderte Abhängigkeit $v \sim p_0^{-1/4}$ konnte nicht bestätigt werden. Sie beruht auf der Voraussetzung, daß die Spannung an den Elektroden während des Kontraktionsvorganges als konstant angesehen werden kann und der gesamte Entladungsstrom kontrahiert. Bei den hier untersuchten zylindrischen Stoßwellen mit langen Laufzeiten polt die Spannung jedoch mehrfach um, bevor die Stoßwelle das Zentrum des Entladungsgefäßes erreicht. JAHN und v. JASKOWSKY¹⁵, die ähnliche Experimente an erheblich energieärmeren Entladungen durchführten, fanden ebenfalls $v \sim p_0^{-1/2}$.

Die nach innen wandernde Stromschicht hat stets die gleiche Stromrichtung wie die erste Halbwelle des Gesamtstroms, auch wenn dieser während der Laufzeit der Stoßwelle bereits umgepolt hat. In Abb. 7 sind unter dem Oszillosrogramm von Gesamtstrom und Spannung die Zeitpunkte markiert, an denen die Stoßwelle an der ersten Sonde ($r = 70$ mm) ankommt. Bei gleicher Gesamtstromstärke ist die Stromstärke in der kontrahierenden Schicht stark ab-

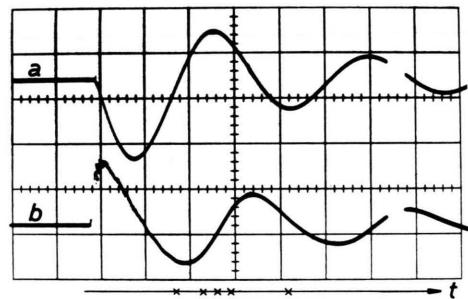


Abb. 7. Oszillosgramme des Gesamtstroms und der Entladungsspannung. a) Gesamtstrom ($1,3 \cdot 10^6$ A/cm; $2 \mu\text{s}/\text{cm}$); b) Entladungsspannung (10^4 V/cm; $2 \mu\text{s}/\text{cm}$). Zeitpunkt des Durchgangs der Stoßwelle am Ort $r = 7$ cm für verschiedene Fülldrücke p_0 ($p_0 = 0,1; 0,25; 0,5; 1; 2,5$ Torr Argon).

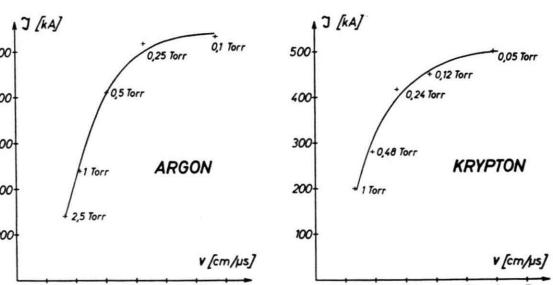


Abb. 8. Höhe des Strommaximums in der kontrahierenden Schicht als Funktion der durch den Fülldruck p_0 bestimmten Frontgeschwindigkeit.

¹⁴ M. ROSENBLUTH, USAEC-Report L.A. 1850 [1954].

¹⁵ R. G. JAHN u. W. v. JASKOWSKY, AIAA J. 1, 1809 [1963].

hängig vom Fülldruck und damit von der Kontraktionsgeschwindigkeit (Abb. 8). Bei kleinen Geschwindigkeiten steigt der Strom linear an, um dann einem Sättigungswert bei 500 kA zuzustreben. Das entspricht etwa einem Fünftel der Maximalamplitude des Gesamtstroms. Die maximalen ermittelten Stromdichten im kontrahierenden Hohlzylinder lagen bei 7 kA/cm².

Es ergibt sich die Frage, welcher Prozeß das leuchtende Plasma aufheizt. Die Joulesche Aufheizung eines Volumenelements kann man abschätzen:

$$E_{\text{Joule}} = \int_0^t \frac{1}{\sigma} j^2 d\tau \leq \frac{1}{\sigma} j_{\max}^2 \cdot t, \quad (6)$$

j : Stromdichte, σ : Leitfähigkeit.

Für Argon wurde die Leitfähigkeit mit Daten aus Stoßwellenrechnungen von CORMACK¹⁶ nach SPITZER-HÄRM¹⁷ berechnet. Man erhält Werte für E_{Joule} von maximal $5 \cdot 10^6$ erg/cm³. Die Enthalpieerzeugung durch die Stoßwelle

$$i_2 \varrho_2 = \frac{2 \gamma}{\gamma^2 - 1} \varrho_0 v^2, \quad (7)$$

i : spezifische Enthalpie, ϱ : Dichte

berechnet sich bei den beobachteten Frontgeschwindigkeiten jedoch zu $7 \cdot 10^7$ erg/cm³. Durch die Kompression in der Stoßwelle wird also sehr viel mehr Energie dissipiert als durch den Stromfluß.

Aus den gemessenen Kurven $I(t)$ an einem festen Sondenort ergibt sich, daß die Dauer Δt des Anstiegs (Abb. 3) sich wie $1/v$ verhält (v : Geschwindigkeit der Stromschicht). Daraus folgt, daß im gleichen Gase die stromführende Schicht bei allen untersuchten Drucken die gleiche Dicke $\Delta r = v \cdot \Delta t$ hat. Für verschiedene Gase ist Δr sehr ähnlich und beträgt für Krypton und Argon etwa 10 bzw. 13 mm.

Auf Grund der guten zeitlichen Korrelation (besser als 50 ns) der Kerr-Zellen-Aufnahmen konnte eindeutig festgestellt werden, daß nur bei den schnellen Stoßwellen, d. h. bei geringen Fülldrucken Leucht- und Stromfront zusammenfallen. Bei hohen Ausgangsdichten fließen sowohl bei Argon als auch bei Krypton bis zu 50% des Kontraktionsstroms bereits in einer bis zu 10 mm breiten Schicht vor der auf der Kerr-Zellen-Aufnahme scharf begrenzten Leuchtfront. Dieses Ergebnis ergänzt Messungen von DAMMANN¹, der in einem Vorläufer der Leuchtfront bereits beträchtliche Elektronendichten feststellte.

¹⁶ G. D. CORMACK, Ber. Inst. Plasmaphysik, Garching, IPP 3/11 [1963].

Modell der Kontraktion

Magnetfelddruck und Gasdruck

Die bei den Messungen gefundene Stromschicht läßt sich modellmäßig durch einen stromführenden Hohlzylinder der Wandstärke $\varepsilon = r_2 - r_1$ darstellen ($\varepsilon \ll r_1, r_2$). Die Stromdichte j in dieser mit der Geschwindigkeit v nach innen laufenden Schicht wird dabei als konstant angenommen. Außerhalb der Schicht sei $j=0$.

Auf das stromführende Plasma wirkt die Lorentzkraft K :

$$dK = j B dV \quad \text{mit} \quad dV = 2 \pi r dr h, \quad (8)$$

h : Höhe der Plasmasäule, B : magnetische Induktion;

$$K(r) = 2 \pi h \int_{r_1}^r j B(\varrho) \varrho d\varrho; \quad r_1 \leqq r \leqq r_2. \quad (9)$$

Die magnetische Induktion ergibt sich zu:

$$B(r) = \frac{\mu_0}{2 \pi r} I(r) = \frac{\mu_0}{2} \frac{r^2 - r_1^2}{r} j \approx \mu_0 (r - r_1) j. \quad (10)$$

Durch die Gleichung

$$K(r) = p_{\text{mag}} 2 \pi r h \quad (11)$$

sei der „Magnetfelddruck“ p_{mag} definiert, der wie $I(r)$ seinen Maximalwert an der Stelle $r=r_2$ erreicht:

$$p_{\text{mag}} = \frac{1}{r_2} \int_{r_1}^{r_2} j B(\varrho) \varrho d\varrho \approx \frac{\varepsilon}{2} j B(r_2) = \frac{\mu_0}{8 \pi^2 r_2^2} I_{\max}^2. \quad (12)$$

Andererseits kennt man den Gasdruck hinter der Stoßfront $p_{\text{Stoß}}$ aus den Stoßgesetzen für starken Stoß:

$$p_{\text{Stoß}} = \frac{2}{\gamma + 1} \varrho_0 v^2. \quad (13)$$

γ ist das Verhältnis der spezifischen Wärmen unter Berücksichtigung der Anregungs- und Ionisationsverluste (vgl. BÖTTICHER und DAMMANN⁹). Für Argon wurde γ aus Stoßwellenrechnungen von CORMACK¹⁶ zu 1,15 ermittelt, für Krypton wurde $\gamma = 1,2$ angenommen.

ϱ_0	2,2	5,5	11	22	$55 \cdot 10^{-7}$ g cm ⁻³
Ar	0,96	1	0,6	0,23	0,07
Kr	1,11	0,93	0,8	0,36	(0,21)

Tab. 2. Verhältnis von Magnetfelddruck zu Gasdruck hinter der Front.

¹⁷ L. SPITZER, JR., Physics of Fully Ionized Gases, Interscience Publ., New York 1962.

Das Verhältnis $p_{\text{mag}}/p_{\text{Stoß}}$ kann aus den Meßwerten berechnet werden (Tab. 2). Man sieht, daß nur bei geringen Dichten (und damit großen Frontgeschwindigkeiten) der Magnetfelddruck von der gleichen Größe wie der Gasdruck hinter der Front ist. Das Meßergebnis, daß der Kontraktionsstrom (Abb. 8), d. h. der gesamte Strom in der kontrahierenden Schicht, einen bestimmten Sättigungswert nicht überschreitet, kann man nun auch folgendermaßen formulieren: Der Magnetfelddruck wird nie größer als der Gasdruck hinter der Front. Bei hohen Fülldrucken ist der Magnetfelddruck jedoch wesentlich kleiner als der Gasdruck, d. h. daß der Strom in diesem Bereich nur unwesentlich schiebt.

Einfluß der Trägheitskräfte

Die folgende Abschätzung zeigt die Bedeutung der Trägheitskräfte während der Kontraktion. In der Stromschicht befindet sich die Masse M , die von einem Startradius R ab von der Stoßwelle aufgesammelt worden ist. Die Bewegungsgleichung lautet dann:

$$\frac{d}{dt} (M v) = -2 \pi r h p \quad (14)$$

mit

$$M = \pi (R^2 - r^2) \varrho_0 h,$$

p : Druck auf die Außenfläche der Schicht („schiebender Kolben“).

Daraus folgt mit $\dot{v} = dv/dt$

$$v^2 \left(1 - \frac{R^2 - r^2}{2r} \frac{\dot{v}}{v^2} \right) = \frac{p}{\varrho_0}. \quad (15)$$

Um die Wirksamkeit der beschleunigenden Kraft zu überprüfen, berechnen wir die relative Geschwindigkeitsänderung $\Delta v/v$ auf der Wegstrecke $-\Delta r$. Mit $\Delta r = v \Delta t$ ergibt sich:

$$\frac{\Delta v}{v} \left(\frac{p}{\varrho_0 v^2} - 1 \right) \frac{2r}{R^2 - r^2} (-\Delta r). \quad (16)$$

Aus Gl. (16) erhält man die relative Geschwindigkeitsänderung über die Wegstrecke $-\Delta r$. Sie ist positiv, wenn der schiebende Druck p größer als $\varrho_0 v^2$

ist. Der Einfluß des schiebenden Drucks ist im Beobachtungsbereich jedoch äußerst gering. Wenn nur das Magnetfeld schiebt, kann man in den Gl. (14) bis (16) p durch p_{mag} ersetzen. Für den Quotienten $p/\varrho_0 v^2$ in Gl. (16) setzt man nach Gl. (13)

$$p/p_{\text{Stoß}} \cdot 2/(\gamma + 1)$$

und entnimmt den Quotienten $p/p_{\text{Stoß}}$ Tab. 2. Mit charakteristischen Werten ($r = 5,5$ cm; $R = 22$ cm; $-\Delta r = 2$ cm) und dem kleinsten $p/p_{\text{Stoß}}$ ergibt sich eine Geschwindigkeitsabnahme von lediglich 4%. Andererseits müßte ein schiebender Druck von mehr als dem dreifachen Gasdruck wirken, um die Stoßwelle auch nur um 10% zu beschleunigen. Das heißt, daß die Stoßwelle in späteren Stadien infolge der Massenträgheit kaum noch zu beeinflussen ist. Der wesentliche Beschleunigungsmechanismus muß sich bei Beginn der Entladung in den Randzonen abspielen (vgl. dazu HERTZ, KOLLER und MICHEL¹⁸). Die dabei in Bewegung gesetzte Masse läuft infolge der Trägheitskräfte mit annähernd konstanter Geschwindigkeit nach innen. Der im kontrahierenden Plasma gemessene Strom hat keinen wesentlichen Einfluß mehr auf den Ablauf der Kontraktion. Für die gemessenen Geschwindigkeiten gilt nach Abb. 7

$$v \sim p_0^{-1/2} \quad \text{oder} \quad v^2 = \text{const.}$$

Dieses Ergebnis läßt sich nun auch folgendermaßen formulieren: Die Plasmabeschleunigung in der Anfangsphase der Entladung erzeugt eine Stoßwelle, deren Geschwindigkeit gerade so groß ist, daß der Gasdruck hinter der Stoßfront einen von der Gasentladung aber nicht vom Fülldruck abhängigen konstanten Wert annimmt.

Wir danken Herrn Prof. W. LOCHTE-HOLTGREVEN für die vielfältige Förderung, die er uns bei der Anfertigung dieser Arbeit zukommen ließ. Das Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung ermöglichte diese Arbeit durch die Gewährung von Personal- und Sachmitteln. Herrn U. GROTH verdanken wir die Sondenkonstruktion und Hilfe bei den Experimenten.

¹⁸ W. HERTZ, A. KOLLER u. A. MICHEL, Z. Naturforsch. **19a**, 1089 [1964].